Conclusion : S est une similitude directe de rapport $\frac{1}{2}$ et d'angle dont une mesure est $\frac{\pi}{2}$.

Construction du centre Ω de S :

on a : $S(A) = B$ et $S(D) = I \Rightarrow (\overrightarrow{\Omega A}, \overrightarrow{\Omega B}) \equiv \frac{\pi}{2} \ (2\pi)$

et $(\overrightarrow{\Omega D}, \overrightarrow{\Omega I}) \equiv \frac{\pi}{2} (2\pi)$ donc Ω est le point d'intersection du demi-cercle de diamètre $[AB]$ situé dans le demi-plan de bord (AB) qui contient O, et du demi-cercle de diamètre $[ID]$ situé dans le demi-plan de bord (ID) qui contient O d'où la construction de Ω.

b) on a : $S(A) = B$ donc l'image de la droite (AC) par S est la droite Δ passant par B et orthogonale à (AC) donc $\Delta = (BD)$.

De même on a : $S(D) = I$ donc l'image de la droite (CD) par S est la droite Δ' passant par I et orthogonale à (CD) donc $\Delta' = (OI)$

on a : $C \in (AC) \cap (DC) \Rightarrow S(C) \in S(AC) \cap S(DC)$

$\Rightarrow S(C) \in (BD) \cap (OI) = \{O\}$ donc $S(C) = O \Rightarrow (\overrightarrow{\Omega C}, \overrightarrow{\Omega O}) \equiv \frac{\pi}{2} (2\pi)$ ce qui prouve que le triangle $O\Omega C$ est rectangle en Ω.

c) on sait qu'une similitude directe conserve les rapports des distances et l'orthogonalité donc l'image du carré $ABCD$ est un carré. Comme $S(A) = B$; $S(D) = I$ et $S(C) = O$ alors l'image du carré $ABCD$ est le carré $OIBJ$.